Utledning av Skogestads PID-regler

(This version: August 20, 1998)

1 Approksimasjon av dynamikk (Skogestads halveringsregel)

Vi ønsker å approksimere høyre ordens dynamikk som dødtid. Merk at rene integratorer, ustabiliteter og komplekse poler *ikke* kan approksimeres som dødtid.

Den øvrige dynamikken skrives på følgende standard form

$$g_0(s) = k\, e^{-\theta_o s} \frac{\prod_j (T_{j0}s+1)}{\prod_i (\tau_{i0}s+1)} \tag{1}$$

og vi ønsker å approksimere dette med en 2.ordens dødtidsprosess

$$g(s) = k \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)} \tag{2}$$

eller med en 1.ordens dødtidspross

$$g(s) = k \frac{e^{-\theta s}}{\tau_1 s+1} \tag{3}$$

Her er θ prosessens “effektive” dødtid og τ_1 prosessens “effektive” 1.ordens tidskonstant.

Følgende regler benyttes:

1. Den største av de neglisjerte tidskonstanter fordeles likt til den minste gjenværende tidskonstant og til dødtiden (“halveringsregelen”) , mens de øvrige små neglisjerte tidskonstanter adderes til dødtiden.

   Dvs. for en 1.ordens dødtidsproses ($\tau_2 = 0$) velges

   $$\tau_1 = \tau_{10} + \frac{\tau_{20}}{2}; \quad \theta = \theta_0 + \frac{\tau_{20}}{2} + \sum_{i\geq 3} \tau_{i0}$$

   og for en 2..ordens dødtidsproses velges

   $$\tau_1 = \tau_{10}; \quad \tau_2 = \tau_{20} + \frac{\tau_{30}}{2}; \quad \theta = \theta_0 + \frac{\tau_{30}}{2} + \sum_{i\geq 4} \tau_{i0}$$

2. Tidskonstanter til inversrespons (med negativ T_{j0}) adderes til i dødtiden θ.

3. *Små* positive nullpunkts-tidskonstanter T_{j0} trekkes fra i dødtiden θ. NB. De må være så små at dødtiden ikke endres for mye.

4. *Større* positive nullpunkts-tidskonstanter T “kanselleres” ved at de subtraheres fra en større tidkonstant τ, dvs. $\frac{Ts+1}{\tau s+1} \approx \frac{1}{(\tau - T)s+1}$.

Eksempel 1. *Prosessen*

$$g_0(s) = k \frac{(-3s+1)(0.8s+1)}{(20s+1)(10s+1)(4s+1)(2s+1)(0.5s+1)^3} \tag{4}$$

approksimeres som en 2. ordens dødtidsprosess med

$$\tau_1 = 20; \quad \tau_2 = 10 + 4/2 = 12; \quad \theta = 4/2 + 2 + 3 \cdot 0.5 + 3 - 0.8 = 7.7$$

Dersom vi istedet ønsker å approksimere den som en 1.ordens dødtidsprosess ($\tau_2 = 0$) får vi

$$\tau_1 = 20 + 10/2 = 25; \quad \theta = 10/2 + 4 + 2 + 3 \cdot 0.5 + 3 - 0.8 = 14.7$$

Eksempel 2. *For prosessen*

$$g_0(s) = k \frac{(8s + 1)}{(20s + 1)(-10s + 1)(2s + 1)(0.5s + 1)^3} \tag{5}$$

kan ikke nullpunktet med stor positiv tidskonstant eller ustabiliteten approksimeres som dødtid. Vi bruker approksimasjonen

$$g(s) = k \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(-10s + 1)} = -\frac{k}{10} \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(s - 0.1)}$$

der

$$\tau_1 = 20 - 8 + 2/2 = 13; \quad \theta = 2/2 + 3 \cdot 0.5 = 2.5$$

2 Skogestads PID tuning-regler

Vi tar utgangspunkt i modellen

$$g(s) = k \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \tag{6}$$

der $\tau_1 > \tau_2 > \theta$ (hvis $\tau_2 < \theta$ anbefales istedet å bruke en 1.ordens prosess der τ_2 fordeles til τ_1 og θ etter halveringsregelen).

Følgende innstillinger anbefales:

1. **Forsterkning.**

$$K_c \leq K_{c1} = \frac{0.5}{k} \cdot \frac{\tau_1}{\theta} \tag{7}$$

Forsterkningen bør ikke overstige K_{c1} i nevneverdig grad, men den kan evt. reduseres for å få bedre robusthet eller minske pådragsbruken.

Kommentar. P-regulering alene gir et relativt stasjonært avvik ved setpunktsendringer lik $1/(1+K_c k)$, som med forsterkningen i (7) er lik

$$\frac{1}{1 + K_c k} = \frac{1}{1 + 0.5\frac{\tau_1}{\theta}}$$

Typisk ønskes dette i alle fall mindre enn 0.1, dvs. ren P-regulering krever at $\tau_1/\theta > 18$, dvs. ren P-regulering kan kun brukes for prosesser med kort dødtid. For andre prosesser er det nødvendig med integralvirkning.

2. **Integraltid.** I utgangspunktet velges integraltiden τ_I lik den dominerende tidskonstanten

   $$\tau_{I1} = \tau_1 \tag{8}$$

   Dette er en robust innstilling som gir en bra respons for setpunktsendringer.

   Spesialtilfelle: Prosess med stor tidskonstant. Hvis τ_1 er stor (i alle fall større enn 8θ) kan integraltiden i (8) bli for stor og gi langsom innsvingning for forstyrrelser som skjer på "inngangen" til prosessen (fordi forstyrrelsen blir nærmest integrerende). Man får raskere innsvinging ved å redusere integraltiden, og man kan redusere den omtrent ned til følgende verdi

   $$\tau_{I2} = \frac{4}{K_c k}\tau_1 \tag{9}$$

   Med forsterkningen gitt i (7) fås

   $$\tau_{I2} = 8\theta$$

   For verdier av τ_I lavere enn τ_{I2} vil man få svingninger, pga. den "doble" integralvirkningen fra regulator og den lange tidskonstanten τ_1 i prosessen.

   Konklusjonen for prossesen i (6) er at man får en rimelig rask og robust respons ved å velge

   $$\tau_I = \min\left(\tau_1, \frac{4}{K_c k}\tau_1\right) \tag{10}$$

   Kommentarer.

   (a) Bruk av "mye" integralvirkning (dvs. en liten verdi for integraltiden slik som gitt av (10)) er først og fremst viktig for prosesser med stor dødtid.

   (b) Merk at for prosesser med lang tidskonstant kan svinginger oppstå enten fordi forsterkningen er for stor i forhold til dødtiden (dette vil man se ved at svingningene har en periode som er ca. 6 ganger dødtiden) eller fordi forsterkningen er for lav i forhold til integraltiden (dette vil man se ved at svingningene er mye langsomme med en periode som er mer enn 25 ganger dødtiden). Se forøvrig utledningen under og simuleringer i Eksempel 3.

   (c) Det siste problemet er meget vanlig f.eks. ved nivåregulering i en tank (der τ_1 er meget stor). Her velger man ofte en relativ kort integraltid forhold til regulatorens forsterkning, slik at $\tau_I > \tau_{I2}$ ikke er oppfylt, og man får langsomme svingninger i nivået. Ut fra sine erfaringer med svingninger som oppstår pga. for rask respons, vil operatørene ofte reagere med å redusere K_c, men dette gir selvfølgelig motsatt av ønsket effekt.

3. **Derivattid.** Bruk av derivatvirkning anbefales kun for prosesser med dominerende 2. ordens dynamikk, og derivatvirkningen brukes til å "kansellere" denne ved å velge

   $$\tau_D = \tau_2 \tag{11}$$

   Kommentarer.

   (a) For en 1. ordens dødtidsprosess (med $\tau_2 = 0$) kan riktignok en liten forbedring i responsen fås ved å velge $\tau_D = \theta/2$, men denne forbedringen er neppe stor nok til å forsvare de ulemper som følger ved innføring av derivatvirkning. St orre forbedringer med D-virkning kan oppnås hvis man bruker mer "aggressive" innstillinger med kortere integraltid; f.eks. med $\tau_I = 2\theta$ og $\tau_D = \theta/2$, se eksempel 8.

(b) For en PID-regulator er regulatorparametrene over gitt for en PID-regulator på kaskadeform

$$c(s) = K_c \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}(\tau_D s + 1) \tag{12}$$

siden dette gir de enkleste uttrykk for parametrene. Dersom man ønsker å bruke en ideell PID-regulator

$$c'(s) = K'_c \left(1 + \frac{1}{\tau'_I s} + \tau'_D s\right) \tag{13}$$

så må følgende omregninger benyttes

$$K'_c = K_c \frac{\tau_I + \tau_D}{\tau_I}; \quad \tau'_I = \tau_I + \tau_D; \quad \tau'_D = \tau_D \frac{\tau_I}{\tau_I + \tau_D} \tag{14}$$

Merk at for en PI-regulator og for en PD-regulator er det ikke noen forskjell mellom kaskade- og ideell form på regulatoren, og forskjellen er liten for en PID-regulator sålenge $\tau_I >> \tau_D$.

(c) I praksis vil derivatvirkningen være begrenset, f.eks. ved at leddet $(\tau_D s + 1)$ er erstattet med

$$\frac{\tau_D s + 1}{\alpha \tau_D s + 1}$$

der α typisk er 0.1 (derivatvirkning over 1 dekade).

(d) Man vil ofte oppleve at pådragene går kortvarig i metning når man bruker derivatvirkning (spesielt for setpuntsendringer). Dette kan ofte unngås ved at man ikke deriverer setpunktet, dvs. istedet for $u = c_{PID}(s) \cdot (y_s - y)$ brukes implementeringen

$$u = c_{PI}(s) \cdot y_s - c_{PID}(s) \cdot y$$

(man kan endog tenke seg å bruke kun integraldelen på setpunktet dersom P-delen gir stor pådragsbruk ved setpunktsforandringer).

Utledning av Skogestads regler

Vi vil utlede "basisreglene" ved direkte syntese for setpuntsendringer og etterpå utlede nedre grensen for integraltiden for langsomme prosesser.

Direkte syntese

Vi tar utgangspunkt i prosessmodellen (6). Vi approksimerer her dødtiden som en inversrespons ved å innføre

$$e^{-\theta s} \approx 1 - \theta s$$

Vi vet at inversrespons (dødtid) i prosessen vil måtte forbli i stepunktsresponsen, og vi spesifiserer derfor at den ønskete setpunktsrespons er 1. ordens med lukket sløyfe tidskonstant tidskonstant τ_c (pluss inversresponsen)

$$\frac{y}{y_s} = \frac{-\theta s + 1}{\tau_c s + 1}$$

Men samtidig vet vi at

$$\frac{y}{y_s} = \frac{gc}{gc + 1}$$

og løser vi dette med hensyn på c finner vi

$$c(s) = \frac{g_-^{-1}}{\tau_c s + 1 - g_+} = \frac{1}{k}\frac{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}{(\tau_c+\theta)s} = \frac{1}{k}\frac{\tau_1}{\tau_c+\theta}\frac{\tau_1 s+1}{\tau_1 s}(\tau_2 s+1)$$

som er en PID-regulator med

$$K_c = \frac{1}{k}\frac{\tau_1}{\tau_c+\theta}; \quad \tau_I = \tau_1; \quad \tau_D = \tau_2$$

som ved valg av $\tau_c = \theta$ (dvs. vi ønsker at tidskonstanten τ_c for det lukkede system er omtrent lik den effektive dødtiden) gir reglene som ble presentert over. Ved å velge τ_c større (K_c mindre) får man en langsommere, men også mer robust respons.

Kommentar. Alternativt kan vi bruke en mer nøyaktig 1. ordens Pade approksimasjon for dødtiden, og spesifisere at denne skal være med i ønsket respons, dvs.

$$\frac{y}{y_s} = \frac{1}{\tau_c s+1}\frac{-\frac{\theta}{2}s+1}{\frac{\theta}{2}s+1}$$

Ved å velge $\tau_c = \theta$ gir dette samme PID-regulator som over, men vi får i tillegg et ledd

$$\frac{\frac{\theta}{2}s+1}{0.5\frac{\theta}{2}+1}$$

som er et "ekstra" derivat-ledd som er effektivt kun over en halv dekade. Det øker forsterkningen med en faktor 2 ved høy frekvens, og vil kunne gi noe raskere respons, men neppe nok til å forsvare den økte kompleksiteten.

Nedre grense for integraltid

Ved å betrakte setpunktsforandringer utledet vi over at integraltiden skal være $\tau_I = \tau_1$. Men hvis τ_1 er stor gir dette langsom innsvingning for forstyrrelser på inngangen til prosessen, og vi bør velge en lavere integraltid. Vi ønsker her å se hvor lav den kan velges.

Problemet med for lav integraltid er at vi kan få langsomme svingninger pga. to integratorer i serie, så vi kan for denne analysen neglisjere dødtiden. Vi har da

$$g(s) = k\frac{1}{\tau s+1} \approx \frac{k}{\tau s}; \quad c(s) = K_c\frac{\tau_I s+1}{\tau_I s}$$

der approksimasjonen gjelder siden τ er stor. Setpunktsresponsen blir da

$$\frac{y}{y_s} = \frac{gc}{gc+1} = \frac{\tau_I s+1}{\tau_0^2 s^2 + 2\tau_0\zeta s+1}$$

der

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{\tau_I\,\tau}{k\,K_c}}; \quad \zeta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k\,K_c\,\tau_I}{\tau}}$$

For å unngå svinginger krever vi $\zeta > 1$ som gir kravet

$$\tau_I > \frac{4}{K_c k}\tau_1$$

og vi har utledet grenseverdien gitt i (9).

Svingetiden for den eventuelle svingningen som oppstår blir lik

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\,\tau_0 > 6.3\cdot\tau_0$$

der vi med K_c som gitt i (7) får $\tau_0 = 4\theta$ og $T > 6.3\cdot 4\cdot\theta = 25\theta$, dvs. virkningen av for lav integraltid (eller *for lav forsterkning*) er *langsomme* svingninger med svingetid mer enn 25 ganger dødtiden.

På den annen side vil eventuelle svinginger som oppstår pga. *for stor forsterkning* ha en frekvens rundt $1/\theta$, som tilsvarer en svingetid rundt $2\pi\theta$, dvs. omtrent 6 ganger dødtiden.

3 Oppsummering

Første trinn er å approksimere prosessen med en 1. eller 2. ordens ordens prosess med dødtid. Basert på dette velges som utgangspunktet følgende innstillinger (må huskes)

$$K_c \le K_{c1} = \frac{0.5}{k}\frac{\tau_1}{\theta}; \quad \tau_I = \tau_1$$

og hvis prosessen er dominerende 2. ordens brukes i tillegg derivatvirkning med

$$\tau_D = \tau_2$$

(verdiene gjelder for PID-regulator på kaskadeform). For "langsomme" prosesser (med $\tau_1/\theta > 8$) kan integraltiden $\tau_I = \tau_1$ bli for lang, og den kan reduseres ned til omtrent

$$\tau_{I2} = \frac{4}{K_c k}\tau_1$$

uten at man introduserer langsomme svingninger. Merk at $\tau_{I2} = 8\theta$ hvis man velger $K_c = K_{c1}$.

Reglene gir god innsikt i hvordan vi må endre regulatorinnstillingen ved prosessendringer:

1. En økning i prosessens forsterkning k kompenseres å redusere K_c slik at $K_c k$ er konstant Integraltiden holdes konstant og responsen forblir uendret med mindre effekten av forstyrrelsen øker.

2. En økning i tidskonstanten τ_1 kompenseres ved å øke K_c slik at K_c/τ_1 er konstant. For "raske" prosesser der vi bruker $\tau_I = \tau_1$ økes integraltiden og responsen forblir uendret. For "langsomme" prosesser der vi bruker $\tau_I = \frac{4}{K_c k}\tau_1 = 8\theta$ holdes τ_I uendret, noe som vil medføre en noe endret respons.

3. Ofte endres tidskontanten og forsterkningen samtidig. Ved en økning i k og τ_1 med k/τ_1 konstant (dvs. k og τ_1 øker like mye slik at den initielle stigningen er konstant) skal K_c være uendret. For "raske" prosesser der vi bruker $\tau_I = \tau_1$ økes integraltiden. For "langsomme" prosesser der vi bruker $\tau_I = \frac{4}{K_c k}\tau_1 = 8\theta$ holdes integraltiden uendret. Vi merker oss derved at for "langsomme" prosesser er innstillingen kun avhengig av den initielle respons gitt ved k/τ_1 (og θ), mens for "raske" prosesser har også stasjonærforsterkningen k i seg selv en betydning.

4. Ved en økning i dødtiden θ må forsterkningen K_c reduseres tilsvarende for å bevare stabiliteten. For "raske" prosesser der vi bruker $\tau_I = \tau_1$ holdes integraltiden uendret, mens for "langsomme" prosesser $\tau_I = \frac{4}{K_c k}\tau_1 = 8\theta$ økes integraltiden.

5. For en 2.ordens prosess økes derivattiden når τ_2 økes.

Generelt gir reglene over robuste (konservative) innstillinger (i forhold til Ziegler-Nichols og lignende), og hvis responsen er for langsom kan man prøve å øke forsterkningen og/eller redusere integraltiden. Et eksempel for en integrerende prosess er vist i Eksempel 8: Med de anbefalte PI-tuninger fås her en PI-regulator med $K_c = 0.5$ og $\tau_I = 8\theta$, men vi ser at vi får mye bedre respons for forstyrrelser ved å bruke en PID-regulator med $K_c = 1$, $\tau_I = 2\theta$ og $\tau_D = \theta/2$ (her er derivatvirkningen nødvendig fordi man får store svingninger med $\tau_D = 0$).

Ved etterjustering av parametrene kan det være vanskelig å vite hvilken parameter som skal justeres. Her er noen enkle regler som man kan bruke for en PI-regulator når man ser på utgangsresponsen til den vesentligste forstyrrelsen:

1. Hvis max-utslaget for utgangen er for stort bør forsterkningen økes.

2. Hvis innsvingningstiden er for lang bør integraltiden reduseres.

3. Hvis det er for store svingninger og disse har en periode rundt 6 ganger dødtiden (med dødtid menes prosessens "effektive" dødtid) må forsterkningen senkes eller integraltiden økes.

4. Hvis det er for store svingninger og disse har en periode som er mer enn 25 ganger dødtiden må forsterkningen økes eller integraltiden økes.

4 Noen spesialtilfeller

Her er en del spesialtilfeller som kan utledes fra ovenstående regler.

1. **Ren dødtidsprosess**
$$g(s) = ke^{-\theta s} \tag{15}$$
Dette tilsvarer (6) med $\tau_1 \to 0$ og $\tau_2 = 0$. Ved å bruke PI-reglene for en 1.ordens med dødtidsprosess får vi regulatoren
$$c(s) = K_c \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s} = \frac{0.5}{k} \frac{\tau_1}{\theta} \frac{\tau_1 s + 1}{\tau_1 s} \to \frac{0.5}{k} \frac{1}{\theta} \frac{1}{s}$$
som er en ren integralregulator $c(s) = \frac{K_I}{s}$ med forsterkning
$$K_I = \frac{0.5}{k\,\theta} \tag{16}$$
Dette kan implementeres som en PI-regulator ved å velge $K_c = \frac{0.5}{k\theta}\tau_I$ der τ_I er liten.For eksempel, velges $\tau_I = \theta/2$ får man regulatoren
$$K_c = \frac{0.25}{k}; \quad \tau_I = \frac{\theta}{2} \tag{17}$$
som er en rimelig innstilling hvis man ønsker å bruke PI-regulator.

   Merk at en ren P-regulator er uakseptabelt for denne prosessen fordi stasjonnæravviket selv mek maksimum forsterkning (ved grensen til ustabilitet) er 50%.

2. **Integrerende prosess med dødtid.**
$$g(s) = k' \frac{e^{-\theta s}}{s} \tag{18}$$
Dette tilsvarer (6) med $k' = k/\tau_1$ når $k \to \infty$ og $\tau_1 \to \infty$. Forsterkningen ifølge (7) blir
$$K_c = \frac{0.5}{k'} \cdot \frac{1}{\theta} \tag{19}$$

og fra (8) fås $\tau_I = \tau_1 = \infty$ (ren P-regulering). En ren P-regulator vil fungere for setpunktsendringer, men forstyrrelser på inngangen vil integreres og man trenger I-virkning for å motvirke dem. Fra (9) får vi at vi for å unngå langsomme svingninger bør velge

$$\tau_I \geq \tau_{I2} = \frac{4}{K_c k'} \tag{20}$$

som med verdien for forsterkningen i (19) gir $\tau_{I2} = 8\theta$.

3. **Integrerende prosess med dødtid og tidskonstant.**

$$g(s) = k' \frac{e^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)} \tag{21}$$

Dette gir samme PI-instillinger som for prosessen (18), men vi må legge til derivatvirking med derivattid lik tidskonstanten,

$$\tau_D = \tau$$

Hvis τ er liten kan man approksimere prosessen som $k'\ e^{-(\theta+\tau)s}/s$ og utlede en PI-regulator ved å bruke reglene for integrerende prosess med dødtid gitt i (19) (men med θ erstattet med $\theta + \tau$).

5 Tilfeller ikke dekket av reglene over

Det finnes noen spesialtilfeller som ikke er dekket av reglene over.

1. **Dobbelt integrerende prosess**.

$$g(s) = k'' \frac{e^{-\theta s}}{s^2} \tag{22}$$

Basert på det som ble funnet for den integrerende prosessen i (18) gir en enkel sammenligning at en PD-regulator med

$$\tau_D = 8\theta; \quad K_c = \frac{0.5}{k'} \frac{1}{\theta} \frac{1}{8\theta} = \frac{0.0625}{k''} \frac{1}{\theta^2}$$

vil fungere bra for setpunktsforandringer (hvis K_c minskes må τ_D økes tilsvarende). Men igjen gir dette stasjonær avvik for forstyrrelser på inngangen, og for å fjerne dette trenges integralvirkning. Igjen må ikke integraltiden τ_I være for liten for å unngå langsomme svinginger. Det anbefales å velge

$$\tau_I \geq 8\theta$$

(se simulering i eksempel 4). Merk forøvrig at for en dobbelt integrerende prosess må vi ha med derivatvirkning for å få stabilitet.

2. **Ustabil prosess.**

$$g(s) = k' \frac{e^{-\theta s}}{(s - a)(\tau s + 1)} \tag{23}$$

For denne prosessen kan brukes en PID-regulator med samme forsterkning som for en integrerende prosess, men integraltiden er noe høyere avhengig av verdien på $a\theta$ (se egen utledning). Det anbefales å velge

$$K_c = \frac{0.5}{k'} \frac{1}{\theta}; \quad \tau_I = f \cdot 8\theta; \quad \tau_D = \tau \tag{24}$$

der faktoren avhenger av verdien av $a\theta$,

$$f = \frac{1 + \frac{a\theta}{2(1-2a\theta)}}{1 - 2a\theta}; \quad \text{dvs.} \quad f = \begin{cases} 1 & \text{for } a\theta = 0 \\ 1.33 & \text{for } a\theta = 0.1 \\ 2.5 & \text{for } a\theta = 0.25 \\ 10 & \text{for } a\theta = 0.4 \\ \infty & \text{for } a\theta = 0.5 \end{cases}$$

For $a\theta > 0.5$ lar prosessen seg vanskelig stabilisere ("prosessen går ustabil før vi rekker å gjøre noe").

3. **Svingende prosess.** Prosesser med komplekse poler dekkes ikke av reglene gitt over. Betrakt f.eks. en prosess med et ledd på formen

$$\frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

som gir svingninger for $|\zeta| < 1$ og er på grensen til ustabilitet (stående svingninger) for $\zeta = 0$. Dersom ζ er nær 1 (la oss si $\zeta > 0.7$) kan dette approksimeres som $1/(\tau s+1)^2$ og vi kan gå videre med å bruke våre regler, men for små verdier av ζ er dette en dårlig approksimasjon. Spesielt er det dårlig hvis τ er liten, fordi vi da i neste omgang kan approksimere dette som en dødtid, $e^{-2\tau s}$, som innebærer at vi ønsker lav forsterkning, mens en raskt svingende respons krever nettopp det motsatte.

Konklusjonen er altså at vi (foreløpig) ikke har noen anbefalt regel for svingende prosesser.

6 Eksempler

Alle simuleringer viser utgangsresponsen (y) til en setpunktsendring (sprang) ved $t = 0$ og til en forstyrrelse (sprang) på inngangen ved et senere tidpunkt (tidspunktet samt størrelsen kd_u er påtegnet den enkelte figur).

Eksempel 1. *Vi fant at prosessen i (4) kan approksimeres som en 2. ordens dødtidsprosess med*

$$\tau_1 = 20; \quad \tau_2 = 12; \quad \theta = 7.7$$

Med reglene over finner vi da følgende PID-innstillinger

$$K_c = \frac{0.5}{k}\frac{\theta}{\tau_1} = \frac{1.30}{k}; \quad \tau_I = 20; \quad \tau_D = 7.7$$

Alternativt, ved å approksimere (4) som en 1.ordens dødstidsprosess fant vi $\tau_1 = 25$ og $\theta = 14.7$ som gir PI-innstillinger,

$$K_c = \frac{0.5}{k}\frac{\theta}{\tau_1} = \frac{0.85}{k}; \quad \tau_I = 25$$

Simuleringer viser at responsen med en PID-regulator er vesentlig bedre.

Eksempel 2. *For den ustabile prosessen i (5) fant vi approksimasjon*

$$g(s) = k'\frac{e^{-\theta s}}{(s-a)(\tau s+1)}; \quad k' = -\frac{k}{10}; \quad \tau = 13; \quad \theta = 2.5; \quad a = 0.1$$

Her er $a\theta = 0.25$ og reglene over gir en PID-regulator med

$$K_c = \frac{0.5}{k'}\frac{1}{\theta} = -\frac{2}{k}; \quad \tau_I = 2.5 \cdot 8\theta = 50; \quad \tau_D = 13$$

Simuleringer viser at dette gir en noe langsom respons, og forsterkningen ble derfor øket med en faktor 1.5 (til -3) som ga en betydelig forbedring.

Eksempel 3 viser effekt av for stor og for lav forsterkning ved PI-regulering av en integrerende prosess.

Eksempel 4 viser responser for en dobbelt-integrerende prosess.

Forøvrig er følgende eksempler vist:

Eksempel 5.1 Langsom 1.ordens med dødtidsproses, $\tau = 100\theta$

Eksempel 5.2 1.ordens med dødtidsproses, $\tau = 10\theta$

Eksempel 5.3 Rask 1.ordens med dødtidsproses, $\tau = 2\theta$

Eksempel 6.1 Langsom 2. ordens prosess, $\tau_1 = 20\theta$, $\tau_2 = 5\theta$

Eksempel 6.2 Raskere 2. ordens prosess, $\tau_1 = \tau_2 = 3\theta$

Eksempel 7 Ren dødtidsprosess

Eksempel 8 Integrerende prosess med dødtid (effekt av mer "aggressive" tuninger)

Eksempel 9 Ustabil prosess ($a\theta = 0.25$).

For alle tilfeller det dødtiden θ ikke er angitt er benyttet $\theta = 1$.
Flere eksempler: PRØV SELV med å bruke Matlab som forklart under.

Simulering med Matlab

La oss f.eks. generere figur 5.1 for den langsomme 1.ordens prosessen. Følgende må gjøres:

1. Kopiere over filen `tunepid.mdl` til din bruker fra

   `http://www.chembio.ntnu.no/users/skoge/52041/matlab/`

2. Starte matlab

   `>matlab` (evt. `>nice matlab`)

3. Starte simulink

   `>>tunepid`

   (simulink-vinduet vil nå komme opp)

4. Gjøre følgende endringer ved å trykke på blokkene i simulink-vinduet:

   - Prosessen (Transfer Fcn): endre Denominator til [100 1] (avslutt med Close)
   - Forstyrrelsen (Step2): sett value til 10.

5. Skriv inn PID-parametrene for P-regulator i Matlab-vinduet

   `>> Kc=50; taui=9999; taud=0;`

6. I simulink-vinduet: Trykk på Simulation og så Start.

7. Simuleringen er slutt når det piper. Du kan plotte utgangen ved å skrive `>>plot(Tid,y)` og inngangen (pådraget) ved å skrive `>>plot(Tid,u)`. Du kan lagre dataene ved å skrive `>>yp=y;`

8. Simuler for de to alternative PI-regulatorene:

   `>> Kc=50; taui=100; taud=0;` (sett igang simulering)
   `>> ypi1=y;`
   `>> Kc=50; taui=8; taud=0;` (sett igang simulering)
   `>> ypi2=y;`

9. Plott resultatene for de tre regulatorene sammen:

   `>> plot(Tid,yp,Tid,ypi1,Tid,ypi2,Tid,r)`

   En annen metode for å plotte resultater sammen er å bruke kommandoen `>>hold`.

10. Utskrift fås ved å trykke på File i plott-vinduet, og så trykke på Print. For å få ulike linjetyper ved utskrift kan du bruke

    `>> plot(Tid,yp,'--',Tid,ypi1,'-.',Tid,ypi2,Tid,r,'.');`