

LØSNINGSFORSLAG  
**PRØVE - EKSAMEN I FAG SIK2501 – PROSESSTEKNIKK**  
Ca. Fredag 8. mai 1998

### Oppgave 1

Merk at  $CO_2$  er en gass ved  $35^\circ C$ .

Antall mol gass i beholderen

$$n = \frac{m}{M} = \frac{500g}{44g/mol} = 11.36 \text{ mol}$$

(a) Innsatt tallverdier i vdW tilstandsligning fås ( $T = 308K$ ,  $V = 2l$ ; husk at  $1l = 10^{-3}m^3$ )

$$p = 192.0 - 117.4 = 74.5 \text{ bar}$$

(b) Arbeid som utføres er

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p_{ytrel} dV = p_{ytrel}(V_2 - V_1)$$

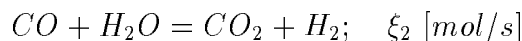
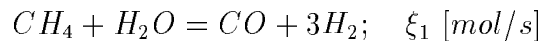
der  $p_{ytrel} = 1bar = 10^5 N/m^2$ ,  $V_1 = 2 \cdot 10^{-3}m^3$  og  $V_2$  er (vi antar at gassen er ideell ved 1 bar og temperaturen i slutttilstanden er  $T_2 = 35^\circ C = 308K$ )

$$V_2 = \frac{nRT_2}{p_{ytrel}} = 0.291m^3$$

som gir at utført arbeide er  $W = p_{ytrel}(V_2 - V_1) = 10^5(0.291 - 0.002) = 28900J$ .

*Kommentar:* Hvis beholderen veier 10 kg og vi antar isoterme forhold så skulle dette være nok til å kaste den 289 m opp i luften,  $W = mgh$ . Men dette forutsetter at gassen forlater beholderen ved  $35^\circ C$  (isotermt) noe som ikke realistisk. I praksis faller temperaturen inni beholderen; for ideell gass med adiabatisk forhold vil vi ha at  $T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$  (for reell gass blir det mer komplisert og man må bruke termodynamisk diagram eller regne numerisk). Dette betyr at gassen som forlater sylindere har mindre volum og derved at arbeidet som utføres idet gassen forlater beholderen er mindre enn beregnet over. Men det totale arbeidet blir som gitt over og det resterende arbeidet frigjøres etterpå ved at gassen som har forlatt beholderen ekspanderer når den varmes opp til  $35^\circ C$  (men dette arbeidet vil kun gi "litt vind" og kan ikke brukes til å løfte opp beholderen).

### Oppgave 2



(a) Komponentbalanser gir (mol/s):

$$N_{CH_4} = N_{CH_4}^0 - \xi_1$$

$$N_{H_2O} = N_{H_2O}^0 - \xi_1 - \xi_2$$

$$N_{CO} = N_{CO}^0 + \xi_1 - \xi_2$$

$$N_{CO_2} = N_{CO_2}^0 + \xi_2$$

$$N_{H_2} = N_{H_2}^0 + 3\xi_1 + \xi_2$$

(b) Gitt  $N_{tot}^0 = 10000$  mol/s og videre  $N_{CH_4}^0 = 3000$  mol/s og  $N_{H_2O}^0 = 7000$  mol/s.

80% av metanet omsettes  $\Rightarrow \xi_1 = 0.8 \cdot 3000 = 2400$  mol/s.

Det dannes 770 mol/s  $CO_2 \Rightarrow \xi_2 = 770$  mol/s.

Vi får da [mol/s]

$$N_{CH_4} = 3000 - 2400 = 600$$

$$N_{H_2O} = 7000 - 2400 - 770 = 3830$$

$$N_{CO} = 2400 - 770 = 1630$$

$$N_{CO_2} = 770$$

$$N_{H_2} = 3 \cdot 2400 + 770 = 7970$$

$$N_{tot} = 14800$$

Sammensetningen blir da

$$x_{CH_4} = 0.0405, \quad x_{H_2O} = 0.2588, \quad x_{CO} = 0.1101, \quad x_{CO_2} = 0.0520, \quad x_{H_2} = 0.5385$$

(c) Energibalansen for en kontinuerlig stasjonær prosess er  $H_{ut} = H_{inn} + Q + W$  [J/s]. Her er  $W = 0$  og vi får

$$Q = H_{ut} - H_{inn}$$

For å evaluere  $H_{ut} - H_{inn}$  ser vi på en tenkt prosess som tar innstrømmen (føden) til utstrømmen (produktet):

1. Oppvarming av innstrømmen fra  $300^\circ\text{C}$  til  $875^\circ\text{C}$  (vi antar konstant varmekapasitet og tar  $c_P$ -data fra tabellen vedlagt eksamenssettet):

$$\begin{aligned} \Delta_1 H &= N_{CH_4}^0 \cdot c_{P,CH_4} \cdot (875 - 300) + N_{H_2O}^0 \cdot c_{P,H_2O} \cdot (875 - 300) \\ &= 3000 \cdot 35.31 \cdot 575 + 7000 \cdot 33.58 \cdot 575 = 196.1 \cdot 10^6 [J/s] \end{aligned}$$

2. Reaksjon ved  $875^\circ\text{C}$  :

$$\begin{aligned} \Delta_2 H &= \xi_1 \cdot \Delta_r H_1^\ominus + \xi_2 \cdot \Delta_r H_2^\ominus \\ &= 2400 \cdot 246 \cdot 10^3 + 770 \cdot (-38 \cdot 10^3) = 561.1 \cdot 10^6 [J/s] \end{aligned}$$

Vi får da at varmen som må tilføres er

$$Q = H_{ut} - H_{inn} = \Delta_1 H + \Delta_2 H = 757.2 \text{ MW}$$

(d) Likevektskonstanter ved 1148 K ( $875^\circ\text{C}$ )

$$K_1 = e^{\frac{-\Delta_r G_1^\ominus}{RT}} = 1011$$

$$K_2 = e^{\frac{-\Delta_r G_2^\ominus}{RT}} = 1$$

Reaksjon 1 er i likevekt (antar ideell gass)

$$\frac{\frac{p_{CO}}{p^0} \left( \frac{p_{H_2}}{p^0} \right)^3}{\frac{p_{CH_4}}{p^0} \frac{p_{H_2O}}{p^0}} = K_1$$

Her er  $p^0 = 1$  bar og partialtrykket er  $p_i = x_i p$  der  $p$  er totaltrykket. Dette gir

$$\frac{x_{CO} \cdot x_{H_2}^3}{x_{CH_4} \cdot x_{H_2O}} \left( \frac{p}{p^0} \right)^2 = K_1$$

Innsatt tallverdier fås da at trykket er

$$p = 1 \text{ bar} \cdot \sqrt{\frac{1011}{1.64}} = 24.8 \text{ bar}$$

For shiftreaksjonen har vi at

$$Q_2 = \frac{x_{CO_2} \cdot x_{H_2}}{x_{CO} \cdot x_{H_2O}} = 0.98$$

som er omtrent likt likevektskonstanten  $K_2 = 1$ , dvs. reaksjonen er i likevekt.

(e) Fra Le Chatelier's prinsipp: Det dannes flere mol ved reaksjon nr. 1 og den vil derfor være favorisert av lavere trykk, dvs. omsetningsgraden av metan vil øke ved å senke trykket (dette gjelder likevektsmessig; men reaksjonen vil gå langsommere ved lavere trykk og dette vil ha motsatt effekt).

*Kommentar.* Vi kan også regne på dette ved å anta likevekt og bruke likevektskonstantene funnet over. Vi finner at omsetningsgraden av metan blir 84% ved 20 bar, 94% ved 10 bar og 98% ved 5 bar.

### Oppgave 3

(a) Hastighetskonstanten  $k$  følger Arrhenius ligning

$$\frac{k(T_2)}{k(T_1)} = \frac{e^{-E/RT_2}}{e^{-E/RT_1}}$$

som med  $T_1 = 323\text{K}$ ,  $T_2 = 333\text{K}$ ,  $E/R = 2000\text{K}^{-1}$  og  $k(T_1) = 0.166[\text{m}^3/\text{kmol}, \text{s}]$  gir

$$k(T_2) = 0.200 [\text{m}^3/\text{kmol}, \text{s}]$$

(b) Massebalansen for komponent  $A$  (Ut = Inn + Dannet)  $[\text{kmol A/s}]$ :

$$F_A = F_A^0 + r_A V$$

som løst med hensyn på  $V$  gir "designligningen"  $V = \frac{F_A^0 - F_A}{-r_A}$ . Her er  $F_A = v c_A$  der  $v$   $[\text{m}^3/\text{s}]$  er volumnstrømmen og siden vi har støkiometrisk føde er  $c_B = c_A$  og massebalansen gir

$$v c_A = v c_A^0 - k c_A^2 V$$

(c) Innsatt tallverdier ( $v = 0.001\text{m}^3/\text{s}$ ,  $V = 0.3\text{m}^3$ ,  $c_A^0 = 0.5\text{kmol}/\text{m}^3$ ,  $k = 0.200\text{m}^3/\text{kmol}, \text{s}$ ). Vi får annengradslikningen

$$0.06 c_A^2 + 0.001 c_A - 0.0005 = 0$$

som gir  $c_A = 0.083\text{kmol}/\text{m}^3$ , og omsetningsgraden av  $A$  er

$$x_A = \frac{F_A^0 - F_A}{F_A^0} = \frac{c_A^0 - c_A}{c_A^0} = \frac{0.5 - 0.083}{0.5} = 0.834 \quad (83.4\%)$$

## Oppgave 4

Her bør det først tegnes et enkelt flytskjema. Vi tar massebalanser over hele prosessen med to innstrømmer (strøm 1 og 2) og to utstrømmer (strøm 3 og produkt) [kg/s].

$$\text{Total : } w_1 + w_2 = w_3 + w \quad (1)$$

$$\text{Kalium : } 0.02w_1 = 0.02w \quad (2)$$

$$\text{Fosfor : } 0.02w_2 = 0.03w \quad (3)$$

Løsning:

$$(2) \text{ gir : } w_1 = w = 2kg/s$$

$$(3) \text{ gir : } w_2 = \frac{0.03}{0.02}w = 3kg/s$$

$$(1) \text{ gir : } w_3 = w_1 + w_2 - w = 3kg/s$$

## Oppgave 5

(a) Flytskjema

(b) Vi antar konstante varmekapasiteter,  $c_{PL} = 4.18 \text{ kJ/kg,K}$  og  $c_{PV} = 1.87 \text{ kJ/kg,K}$  (merk at det er en trykkfeil i oppgaveteksten og det skal være kJ og ikke J). Massestrømmen er  $w = 1 \text{ kg/s}$ .

**Alternativ 1.**

(i) Fordampning ved 1 bar

$$Q_1 = \Delta_{\text{vap}}H(100^\circ\text{C}) \cdot w = 2260 \text{ kJ/s}$$

(ii) Adiabatisk kompresjon fra 1 til 5 bar

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 5^{0.248} = 1.49$$

som gir  $T_2 = 1.49T_1 = 556 \text{ K} = 283^\circ\text{C}$  . Tilført arbeide

$$W_{s2} = c_{PV}(T_2 - T_1) \cdot w = 1.87 \cdot 183 \cdot 1 = 342 \text{ kJ/s}$$

(iii) Varmer opp gassen

$$Q_3 = 1.87 \cdot (300 - 283) \cdot 1 = 32 \text{ kJ/s}$$

Sum energi tilført i de tre trinnene er

$$Q_1 + W_s + Q_3 = 2260 + 342 + 32 = 2634 \text{ kJ/s}$$

### Alternativ 2.

(i) Pumping fra 1 til 5 bar. Pumpearbeide

$$W_{s1} = q \cdot \Delta p = \frac{1 \text{ kg/s}}{1000 \text{ kg/m}^3} \cdot (5 - 1) 10^5 = 400 \text{ J/s} = 0.4 \text{ kJ/s}$$

(dette gir en temperaturstigning på ca.  $0.1^\circ\text{C}$  som vi kan neglisjere).

(ii) Oppvarming av vannet fra  $100^\circ\text{C}$  til  $152^\circ\text{C}$  og fordampning ved  $152^\circ\text{C}$  (5bar):

$$Q_2 = 4.18 \cdot 52 \cdot 1 + 2140 \cdot 1 = 2357 \text{ kJ/s}$$

(iii) Oppvarming av dampen fra  $152^\circ\text{C}$  til  $300^\circ\text{C}$

$$Q_3 = 1.87 \cdot 148 \cdot 1 = 277 \text{ kJ/s}$$

Sum energi tilført i de tre trinnene

$$W_{s1} + Q_2 + Q_3 = 0.4 + 2357 + 277 = 2634 \text{ kJ/s}$$

(c) Pumping (alternativ 2) velges fordi *arbeidet* er mye mindre (0.4 kW i pumpearbeide mot 342 kW i kompresjonsarbeide). Men merk at vi for pumpealternativet må tilføre varmen til fordampning ved en *høyere* temperatur ( $152^\circ\text{C}$  istedet for  $100^\circ\text{C}$ ).

Sum energi tilført er det samme for de to alternativene fordi entalpi er en tilstandsfunksjon og den totale energibalansen i begge tilfeller er

$$H_{ut} - H_{inn} = Q + W$$

der inn- og ut-tilstandene er de samme for de to alternativene.