Løsningsforslag Øving 7

Arealet av røret er

$$A = \frac{\pi}{4}D^2 = \frac{\pi}{4}0.5^2 = 0.1963\ m^2$$

Molstrømmen er

$$F = \frac{2500 \cdot 10^6}{8500 \cdot 3600}\frac{1}{22.414} = 3.645\ kmol/s$$

dvs. massestrømmen

$$w = FM = 3.645 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 72.9 kg/s$$

Ved innløpet (1) har vi

$$p_1 = 180 bar \Rightarrow \rho_1 = \frac{pM}{RT} = \frac{180 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{8.31 \cdot 280} = 154.7 kg/m^3$$

$$u_1 = \frac{w}{\rho_1 A} = \frac{72.9}{154.7 \cdot 0.1963} = 2.4\ m/s$$

Ved "utløpet" (2) til neste boosterstasjon

$$p_2 = 100 bar \Rightarrow \rho_2 = \frac{pM}{RT} = \frac{100 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{8.31 \cdot 280} = 86.0 kg/m^3$$

$$u_2 = \frac{w}{\rho_2 A} = \frac{72.9}{86.0 \cdot 0.1963} = 4.32\ m/s$$

(a) Endringen i kinetisk energi er da

$$\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = \frac{4.32^2}{2} - \frac{2.4^2}{2} = 9.0 - 2.9 = 6.1\ J/kg$$

Endringen i potensiell energi er maksimalt

$$g z_{max} = 10 \cdot 100 = 1000 J/kg$$

På den annen side er endringen i trykkenergi gitt ved $\int dp/\rho$ som for tilfellet ned konstant temperatur er

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{M}\int_1^2 v dp = \frac{1}{M} RT ln\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-3}} 8.31 \cdot 280 \ln\frac{100}{180} = -68383 J/kg$$

og vi ser at vi trygt kan neglisjere kinetisk energi (bidrag mindre enn 0.01%) og at potensiell energi også maksimalt utgjør 1.5%.

(b) Vi skal beregne rørlengden L over hvilken trykkfallet faller fra 180 til 100 bar. Siden temperaturen er konstant gjelder

$$p_1^2 - p_2^2 = 4f\frac{L}{D}\frac{RT}{M}\frac{w^2}{A^2} \tag{1}$$

Re-tallet er gitt ved

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} = \frac{wD}{A\mu}$$

(vi har her brukt massebalansen $w = \rho u A$) dvs. vi har samme Re-tall gjennom hele røret

$$Re = \frac{72.9 \cdot 0.5}{0.1963 \cdot 10^{-5}} = 1.86 \cdot 10^7$$

Fra diagrammet for friksjonsfaktoren avleses da med $\epsilon/D = 0.0001$

$$f = 0.003$$

Vi får da

$$L = \frac{(180^2 - 100^2)10^{10}}{4 \cdot 0.003 \cdot \frac{1}{0.5}\frac{8.31 \cdot 280}{20 \cdot 10^{-3}}\left(\frac{72.9}{0.1963}\right)^2} == \frac{22400 \cdot 10^{10}}{385 \cdot 10^6} = 582 \cdot 10^3 \ m$$

dvs. 582 km. Med 1 stk. boosterstasjon vil vi nå $582 \cdot 2 = 1164$ km så det burde holde.
Kommentar: Den største feilkilden i beregningen over sannsynligvis antagelsen om ideell gass. Siden trykket er høyt og temperaturen er lav forventes ikke-idealitet.