11

Noen oppgaver (samt litt trøst)

Tillegg til kompendium i Prosessteknikk
Sigurd Skogestad
16 Apr 1998

Vi begynner med litt trøst:

11.1 Hva skal du ha lært i prosessteknikk-faget?

Det viktigste i dette faget er balanseprinsippet anvendt på

- masse totalt
- masse (mol) komponent (inkl. støkiometri og litt kinetikk)
- energi

I tillegg har vi sett på balanseprinsippet for

- mekanisk energi

(som er en konservert størrelse dersom vi ikke har friksjon). Den mekaniske energibalansen brukes når man vil finne trykkendringer. Den er den minst viktige balansen for dette faget og vil sannsynligvis bli kuttet ut av prosessteknikk til neste år (men dere vil lære mer om den allerede til neste vår i faget strømning og transportprosesser – så dere har ikke lært noe "unødvendig").

Vi har også hatt litt introduksjon til termodynamikk inkludert litt om indre energi, entalpi (som for strømmende fluid er summen av indre energi og pV-arbeide som følger strømmen!), samt en del om ideelle gasser.

Det har vært gitt mange eksempler og anvendeler på bruk av masse- og energibalanser. I dette faget er dette hovedsaklig for å gi dere en følelse for hvor utrolig langt man kan komme i praktiske beregninger ved å benytte disse tilsynelatende elementære prinsippene. Vi regner ikke med at dere etter dette faget husker detaljene i mange av disse anvendelsene (en trøst). Dere vil lære mer om alle temaene som er tatt opp i prosessteknikk i senere fag: *Fysikalsk kjemi* til våren i 2. klasse, *strømning og transportprosesser* til våren i 2. klasse, *kjemisk reaksjonsteknikk* til høsten i 3. klasse og *separasjonsteknikk* til høsten i 3. klasse (dette er obligatoriske fag for alle).

Det forventes at mye av det som er undervist i dette faget vil oppfattes som vanskelig (ny trøst) – både fordi selve ideen om balanser er ny, fordi dere må bli vant med begrepet "energi" (det er tross alt mindre enn 150 år siden energibalansen, dvs. termodynamikkens 1. lov, ble formulert så dette med energi er ikke så enkelt) og fordi dere ikke har tidligere innsikt i prosessanlegg.

Konklusjonen er altså at dere i de aller fleste oppgaver som skal løses i dette faget (eksamen!) må starte med å definere et kontrollvolum og sette opp masse- og energibalanser. Det viktige her er altså at utgangspunktet er riktig – detaljene vil dere mestre etterhvert (siste trøst).

Lykke til!

11.2 Oppgaver

Oppgavene gitt under er begrenset til stasjonære prosesser.

Øving 11.1 Blanding av bensin *Det skal lages 98 oktan bensin med 1 vekt% aromater ved å blande tre fraksjoner. Fraksjon 1 er 90 oktan med 0.2% aromater. Fraksjon 2 er 105 oktan med 2% aromater. Fraksjon 3 er 95 oktan med 0.5% aromater. Hvor mye trenges av hver fraksjon? (du kan anta at oktantall blandes linært på vektbasis). (Løsning: 0.111, 0.356, 0.533).*

Energibalansen

Først en innledende kommentar: Jeg er ikke helt fornøyd med det jeg har skrevet i kap. 6 om energibalanser med reaksjon, så jeg foreslår at dere i stedet konsentrerer dere om det som er skrevet her (se spesielt bort fra avsnitt 6.2; det som står der er korrekt, men jeg tror ikke det gir så mye for dette faget).

I prinsippet er en energibalansen meget enkel og for en stasjonær prosess kan den skrives

$$H_{ut} = H_{inn} + Q + W_s \quad \text{[J] eller [J/s]}$$

(husk her at entalpi H er summen av indre energi i strømmen samt pV-arbeidet som strømmen utfører på systemet). Men i praksis er ikke energibalansen alltid så lett å få tak på spesielt pga. dette med referansetilstander. Referansetilstander kommer inn i bildet fordi energi ikke er en absolutt størrelse, dvs. hvis man skal oppgi energien i en strøm, så må den oppgis i forhold til en gitt referanse.

Det er to måter som brukes for å sette opp energibalansen:

Metode 1. Man velger en felles referansetilstand for alle strømmene. Man kan da uttrykke entalpien for hver strøm uavhengig av de andre. F.eks. kan vi skrive

$$H_{inn} = \sum_i H_{inn,i}$$

der $H_{inn,i}$ [J] er entalpien for innstrøm nr. i sett i forhold til en gitt referansetilstand. Hvis det er kjemisk reakjson brukes vanligvis elementene som referanse og hvis det ikke er reaksjon brukes vanligvis de rene komponenter som referanse. I begge tilfeller brukes vanligvis en felles referansetemperatur T_{ref} for alle elementer/komponenter. Metode 1 foretrekkes ved systematiske beregninger (f.eks. i datamaskinprogrammer).

Metode 2. Man evaluerer direkte entalpiforskjellen mellom inn- og utstrømmene, $H_{ut} - H_{inn}$, ved å betrakte entalpiendringene i en tenkt prosess der man går fra inn- til utstrømmer. Her er det ikke nødvendig å eksplisitt innføre referensetilstander fordi man hele tiden evaluerer forskjeller. Man får her i tilfeller med kjemisk reaksjon med ledd som uttrykker "entalpi generert ved kjemisk reaksjon". Metode 2 er mye brukt ved håndberegninger.

Kommentar. Metodene gir naturligvis samme resultat, og det er ikke så stor forskjell på de to metodene som det kanskje kan virke her: Når man skal evaluere entalpien for de individuelle strømmen i metode 1, f.eks. bestemme $H_{inn,i}$, så må denne bestemmes ved å se på en tenkt prosess fra referansetilstanden (f.eks. elementene ved T_{ref}) og det vil her inngå f.eks. bidrag for dannelsesvarme.

La oss illustrere de to metodene på noen eksempler.

Eksempel 11.1 Blanding av kaldt og varmt vann. *Vann med temperatur T_1 (strøm 1) skal blandes med vann med temperatur T_2 (strøm 2) for å lage vann med temperatur T_3 (utstrøm). Hvor mye trenges av de to innstrømmene for å lage mengden m_3 [kg]? Det kan antas konstant varmekapasitet.*

Løsning. *Massebalansen gir*

$$m_1 + m_2 = m_3 \quad [kg/s]$$

Energibalansen (metode 1). *Vi bruker vann (ren komponent) ved T_{ref} som referanse. Med konstant varmekapasitet gir energibalansen $H_{inn} = H_{ut}$ følgende*

$$m_1 \underbrace{c_P(T_1 - T_{ref})}_{h_1} + m_2 \underbrace{c_P(T_2 - T_{ref})}_{h_2} = m_3 \underbrace{c_P(T_3 - T_{ref})}_{h_3} \tag{11.1}$$

Energibalansen (metode 2). *For å danne utstrømmen fra innstrømmene ser vi på følgende tenkte prosess:*

1. *Varme opp strøm 1 fra T_1 til T_3, $\Delta_1 H = m_1 c_P(T_3 - T_1)$.*
2. *Varme opp strøm 2 fra T_2 til T_3, $\Delta_2 H = m_2 c_P(T_3 - T_2)$.*
3. *Blande sammen de to strømmene ved temperaturen T_3. Vi neglisjerer blandingsvarme, dvs. $\Delta_3 H = 0$.*

Vi har da at $H_{ut} - H_{inn} = \Delta_1 H + \Delta_2 H + \Delta_3 H$ og energibalansen $H_{ut} - H_{inn} = 0$ gir

$$m_1 c_P(T_3 - T_1) + m_2 c_P(T_3 - T_2) = 0 \tag{11.2}$$

Det er ikke umiddelbart opplagt at (11.1) og (11.2) er identiske, men det er de selvsagt. Betrakt (11.1) der leddene med T_{ref} ut, siden fra materialbalansen $m_1 + m_2 = m_3$, og vi får

$$m_1 c_P T_{ref} + m_2 c_P T_{ref} = m_3 c_P T_{ref}$$

(at T_{ref} faller ser man også ved å bruke "trikset" $T_{ref} = 0$). Derved gir (11.1)

$$m_1 c_P T_1 + m_2 c_P T_2 = m_3 c_P T_3$$

som er identisk med (11.2) esiden $m_1 + m_2 = m_3$.

Eksempel 11.2 Blanding av to gass-strømmer. *Her skal vi se på et tilfelle der strømmene som blandes har ulik varmekapasitet. En gass-strøm på 10 mol/s ved 300 K og varmekapasitet $c_{P1} = 30$ kJ/mol, K (strøm 1) blandes med en gass-strøm på 20 mol/s ved 500 K og varmekapasitet $c_{P2} = 65$ kJ/mol (strøm 2). Hva temperaturen av utstrømmen?*

Metode 1. *Oppgaven er løst ved å bruke metode 1 i kompendiet på side 53-54, men som vist under løses den mye enklere ved bruk av metode 2.*

Metode 2. *For å danne utstrømmen fra innstrømmene ser vi på følgende tenkte prosesser:*

1. *Varme opp strøm 1 fra T_1 til T_{ut}, $\Delta_1 H = F_1 c_{P1}(T_{ut} - T_1)$.*
2. *Varme opp strøm 2 fra T_2 til T_{ut}, $\Delta_2 H = F_2 c_{P2}(T_{ut} - T_2)$ (egentlig er dette en avkjøling siden $T_{ut} < T_2$).*
3. *Blande sammen de to strømmene ved temperaturen T_{ut}. Vi neglisjerer blandingsvarme, dvs. $\Delta_3 H = 0$.*

Vi har da at $H_{ut} - H_{inn} = \Delta_1 H + \Delta_2 H + \Delta_3 H$ og energibalansen $H_{ut} - H_{inn} = 0$ gir

$$F_1 c_{P1}(T_{ut} - T_1) + F_2 c_{P2}(T_{ut} - T_2) = 0$$

dvs.

$$T_{ut} = \frac{F_1 c_{P1} T_1 + F_2 C_{P2} T_2}{F_1 c_{P1} + F_2 c_{P2}} = \frac{10 \cdot 30 \cdot 300 + 20 \cdot 65 \cdot 500}{10 \cdot 30 + 20 \cdot 65} = 462.5 \quad [K]$$

som er det samme som vi fant med metode 1.

Eksempel 11.3 Energibalanse for metanolreaktor. *Vi tar her opp igjen eksempel 6.2 fra side 63 i kompendiet. Føden til reaktoren består av en fraksjon f som er ved 100° C (strøm 2) og en fraksjon $(1 - f)$ som forvarmes til 210° C (strøm 1). Oppgaven er å bestemme f når det er gitt at utløpstemperaturen fra reaktoren skal være 270° C (strøm 3). Entalpien for å varme opp de tre strømmen fra 298K til sin temperatur er oppgitt:*

$$\Delta_T h_1 = 5.96; \quad \Delta_T h_2 = 2.30; \quad \Delta_T h_3 = 9.32 \quad [kJ/mol]$$

Metode 1 for energibalansen er illustrert på side 64-65 og vi skal her benytte metode 2.

For å gå fra innstrømmene til utstrømmen tenker vi oss følgende delprosesser

1. *Varme opp strøm 1 fra T_1 til 298 K (jada – det er egentlig avkjøling men det kommer frem ved at $\Delta_1 H$ er negativ), $\Delta_1 H = N_1(-\Delta_T h_1)$ der $N_1 = 100(1-f)$.*
2. *Varme opp strøm 2 fra T_2 til 298 K, $\Delta_2 H = N_2(-\Delta_T h_2)$ der $N_2 = 100f$.*
3. *Blande de to strømmene bed 298K og reagere slik at vi danner utstrømmen ved 298 K. Det er to reaksjoner og vi får $\Delta_3 H = \xi_1 \Delta_r h_1^\ominus + \xi_2 \Delta_r h_2^\ominus$. Her er reaksjonsvarmene -90 kJ/mol og -50 kJ/mol, og fra eksempel 4.3 (side 35) er reaksjonsomfangene $\xi_1 = 2.9$ og $\xi_2 = 1.37$ [mol].*
4. *Varme opp strøm 3 fra 298 K til T_3, $\Delta_4 H = N_3 \Delta_T h_3$ der $N_3 = 91.46$ mol.*

Energibalansen

$$H_{ut} - H_{inn} = \Delta_1 H + \Delta_2 H + \Delta_3 H + \Delta_4 H = 0$$

gir da

$$100(1-f)\cdot(-5.96) + 100f\cdot(-2.30) + 2.9\cdot(-90) + 1.37\cdot(-50) + 91.46\cdot 9.32 = 0$$

og vi finner $f = 0.2$ som tidligere.

Eksempel 11.4 Fordampningsvarme *(NB. Vær sikker på at du forstår denne oppgaven!)*

Beregn fordampingsentalpien ved temperaturen T når fordamningsvarmen ved temperaturen T_0 er kjent og det antas konstante varmekapasiteter for gass og væske.

Løsning. *Vi ønsker å beregne varmen for å ta væske ved temperaturen T til gass ved temperaturen T. Entalpi er en tilstandsfunksjon og vi kan derfor finne denne som summen av følgende tre delprosesser*

1. *Varme opp væsken fra T til T_0. $\Delta_1 H = c_{PL}(T_0 - T)$ [J/mol] eller [J/kg].*
2. *Fordampe væsken ved T_0. $\Delta_2 H = \Delta_{vap} H(T_0)$ [J/mol] eller [J/kg]*
3. *Kjøle gassen fra T_0 til T. $\Delta_3 H = c_{PV}(T - T_0)$ [J/mol] eller [J/kg]*

Dvs. fordampningsvarmen ved temperaturen T er

$$\Delta_{vap} H(T) = \Delta_1 H + \Delta_2 H + \Delta_3 H = \Delta_{vap} H(T_0) + (c_{PL} - c_{PV})(T_0 - T)$$

Merk at $c_{PL} > c_{PV}$ slik at fordamningsvarmen avtar med økende temperatur. Merk at vi har neglisjert trykkets innflytelse. Dette er i orden når vi ikke er for nær det kritiske punkt (i det kristiske punkt er det ikke lenger noen forskjell på gass og væske og fordampningsvarmen er 0).

Øving 11.2 Fordampningavarme for vann. *Gitt for vann: $c_{PL} = 75.4$ kJ/mol,K og $c_{PV} = 33.6$ kJ/mol,K og fordampingsvarmen ved 100^o C og 1 atm er 40.6 kJ/mol. (a) Beregn fordampingsentalpien for vann ved 25^o C under*

antagelse av konstante varmekapasiteter. (Løsning: 43.7 kJ/mol som stemmer bra med den korrekte verdien på 44.0 kJ/mol).
(b) Den kritiske temperaturen for vann er 647.3 K. Sammenlign dette med verdien av T som gir $\Delta_{vap}H(T) = 0$ i det forenklede uttrykket der vi har antatt konstante varmekapsiteter (Løsning: 1344 K, så det er åpenbart at antagelsen om konstante varmekapasiteter og neglisjering av trykkeffekter stemmer dårlig nær det kritiske punkt)

Eksempel 11.5 Oppvarming ved innblåsning av damp. *Vanndamp ved 100^{o}C (strøm 1) blandes inn en vannstrøm på 3 kg/s med temperatur 15^{o}C (strøm 2) for å lage en oppvarmet vannstrøm med temperatur 85^{o}C (strøm 3). Hvor mye vanndamp må tilsettes? Data: Fordampingsvarmen for vann ved 100^{o}C er 40.6 kJ/mol som er lik 2257 kJ/kg. Varmekapasitetene på massebasis er 4.18 kJ/kg, K (væske) og 1.87 kJ/kg, K (damp).*
Vi bruker metode 2 for energibalansen og ser på følgende delprosesser:

1. *Strøm 1 kondenseres ved 100^{o}C, $\Delta_1 H = w_1(-\Delta_{vap}H) = w_1(-2257)$ [kJ] der w_1 [kg/s] er massestrømmen (det negative fortegnet skyldes at vi kondenserer som er den motsatte prosessen av fordampning).*
2. *Strøm 1 avkjøles fra 100^{o}C til 85^{o}C, $\Delta_2 H = w_1 c_{PV}(T_3 - T_1)$ der $T_3 - T_1 = -15^o C$.*
3. *Strøm 2 oppvarmes fra 15^{o}C til 85^{o}C, $\Delta_3 H = w_3 c_{PL}(T_3 - T_2)$ der $T_3 - T_2 = 70^o C$.*
4. *De to strømmene (som begge er vann ved 85^{o}C) blandes for å danne utstrømmen, $\Delta_4 H = 0$.*

Energibalansen $H_{ut} - H_{inn} = \sum_i \Delta_i H = 0$ gir da

$$w_1(-2257) + w_1 1.87 \cdot (-15) + 3 \cdot 4.18 \cdot 70 = 0 \quad [kJ]$$

og vi finner $w_1 = 0.384$ kg/s.

Øving 11.3 *Løs eksempel 11.5 ved å bruke metode 1 for energibalansen. Velg referansetilstanden som væske ved $T_{ref} = 15^o C$ (hvis du velger $T_{ref} = 85^o C$ blir beregningene nesten identiske med det som er gitt i eksempel 11.5).*

Øving 11.4 Blanding av varmt saltvann *Det skal lages 2.5 kg/s varmt saltvann med 1 vekt% salt og 37^{o}C ved å blande følgende strømmer: Strøm 1 er rent vann ved 8^{o}C. Strøm 2 inneholder 10% salt og er 80^{o}C. Strøm 3 inneholder 1% salt og er 50^{o}C. Hvor mye trenges av hver strøm? (Skriv klart ned hvilke antagelser du gjør) (Løsning: 0.841, 0.093, 1.566).*
Hva skjer hvis strøm 1 inneholder 2% salt? (Løsning: 0.670, -0.145, 1.965; ufysikalsk eller kan tolkes som at vi blander sammen strøm 1 og 3 og etterpå på en mystisk måte greier å fjerne en strøm med temperatur og sammensetning som strøm 2.)

Øving 11.5 Prosess for fremstilling av oljeblanding. *Det skal lages 1kg/s av et produkt som er en vannløsning med 30 vekt% olje og temperatur 20^{o}C i en to-trinns prosess. I trinn 1 blandes strøm 1 og strøm 2 sammen, og i trinn 2 kjøles produktet ned til ønsket temperatur. Strøm 1 er rent vann ved 15^{o}C og strøm 2 er ren olje ved 90^{o}C. (du kan bruke fysikalske data som for vann). Beregn mengden av strøm 1 og 2 samt kjølebehovet. (Løsning: 0.7 kg/s, 0.3 kg/s, 73.3 kW).*

Øving 11.6 Varmeveksler. *Etter trinn 1 i prosessen over er temperaturen 37.5^{o}C og denne strømmen skal kjøles til 20^{o}C i en varmeveksler slik at kjøleeffekten er 73.3 kW. Det skal brukes kjølevann der temperaturen går fra 12^{o}C (inn) til 17.5^{o}C (ut). Varmeoverføringstallet er* $U = 200W/m^2, K$. *Beregn mengde kjølevann og arealet av varmeveksleren for henholdvis motstrøms og medstrøms varmeveksling. (I begge tilfeller gjelder*

$$Q = UA\Delta T_{lm}; \quad \Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} \tag{11.3}$$

der for motstrøm

$$\Delta T_1 = T_{hi} - T_{cu}, \quad \Delta T_2 = T_{hu} - T_{ci}$$

og for medstrøm

$$\Delta T_1 = T_{hi} - T_{ci}, \quad \Delta T_2 = T_{hu} - T_{cu}$$

(Løsning: 3.19 kg/s kjølevann. Areal er 28 m^2 for motstrøm og 37 m^2 for medstrøm).

Øving 11.7 En noe annen prosess for å lage oljeblanding. *Det skal lages 1kg/s av et produkt som er en vannløsning med 30 vekt% olje og temperatur 20^{o}C i en to-trinns prosess. I trinn 1 blandes strøm 1 og strøm 2 sammen, og i trinn 2 fjernes noe rent vann (strøm 3) ved dekantering (olje og vann kan tenkes å danne to faser når de står litt). Strøm 1 er rent vann ved 15^{o}C og strøm 2 er ren olje ved 90^{o}C. Beregn mengden av de tre strømmene. (Dette ligner meget på øving 11.5 men merk at du her skal blande direkte til onsket temperatur.) (Løsning: 4.2, 0.3, 3.5 [kg/s]).*

Øving 11.8 *Gjenta øving 11.7 men anta at den dekanterte strømmen (strøm 3) inneholder 2 vekt% olje. (Løsning: 5.6, 0.4, 5.0 [kg/s] dvs. taper 0.1 kg/s olje).*

Øving 11.9 Enda en prosess for oljeblanding. *Det skal lages 1kg/s av et produkt som er en vannløsning med 30 vekt% olje og temperatur 20^{o}C i en to-trinns prosess. I trinn 1 blandes strøm 1 og strøm 2 sammen, og i trinn*

2 fjernes noe rent vann (strøm 3) ved avdamping (dampen trekkes av under vakuum). Strøm 1 er rent vann ved 15° C og strøm 2 er ren olje ved 90° C. Beregn mengden av de tre strømmene. (Dette ligner meget på øving 11.5 men merk at kjølingen her skjer ved avdampning. Du kan bruke fysikalske data som for rent vann; se øving 11.2 for beregning av fordampningsvarme av vann ved 20° C.) Beregn mengden av de tre strømmene. (Løsning: 0.7297, 0.3, 0.0297 [kg/s]).

Øving 11.10 Kompressor. *For å lage vakuum og suge av vanndampen i øving 11.9 trenges en kompressor som komprimerer fra trykket p_3 til 1 atm. Data: Damptrykket av vann ved 20° C er $p_3 = 2.337$ kPa, og kompressoren har en virkningsgrad på 0.6. Gassens varmekapasitet er 33.6 J/mol,K og det kan antas ideell gass. Merk at 1 atm er lik 101.33 kPa og at mengden som komprimeres er 0.0297 kg/s som tilsvarer 1.65 mol/s. Beregn kompresjonsarbeidet både for adiabatisk og isoterm kompresjon. (Hva er mest realistisk og hvor mye er kjøleeffekten ved isoterm kompresjon?)*
(Løsning: 41.8 kW ved adiabatisk kompresjon, men her blir utløpstemperaturen meget høy så isoterm er mer realistisk. Isoterm kompresjon: 25.3 kW og denne effekten må fjernes ved kjøling).

NB. Flere oppgaver vil følge, Det gjøres oppmerksjom på at det kan være feil i enkelte av løsningsforslagene gitt over (Tenk selv om du er i tvil!).