LØSNINGSFORSLAG

PRØVE - EKSAMEN I FAG SIK2501 – PROSESSTEKNIKK

Ca. Fredag 8. mai 1998

Oppgave 1

Merk at CO_2 er en gass ved 35°C .
Antall mol gass i beholderen

$$n = \frac{m}{M} = \frac{500g}{44g/mol} = 11.36\ mol$$

(a) Innsatt tallverdier i vdW tilstandsligning fås ($T = 308K$, $V = 2l$; husk at $1l = 10^{-3}m^3$)

$$p = 192.0 - 117.4 = 74.5\ bar$$

(b) Arbeid som utføres er

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p_{ytre} dV = p_{ytre}(V_2 - V_1)$$

der $p_{ytre} = 1bar = 10^5 N/m^2$, $V_1 = 2 \cdot 10^{-3} m^3$ og V_2 er (vi antar at gassen er ideell ved 1 bar og temperaturen i sluttilstanden er $T_2 = 35\ ^oC = 308K$)

$$V_2 = \frac{nRT_2}{p_{ytre}} = 0.291 m^3$$

som gir at utført arbeide er $W = p_{ytre}(V_2 - V_1) = 10^5(0.291 - 0.002) = 28900$J.
Kommentar: Hvis beholderen veier 10 kg og vi antar isoterme forhold så skulle dette være nok til å kaste den 289 m opp i luften, $W = mgh$. Men dette forutsetter at gassen forlater beholderen ved 35°C (isotermt) noe som ikke realistisk. I praksis faller temperaturen inni beholderen; for ideell gass med adiabatiske forhold vil vi ha at $T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ (for reell gass blir det mer komplisert og man må bruke termodynamisk diagram eller regne numerisk). Dette betyr at gassen som forlater sylinderen har mindre volum og derved at arbeidet som utføres idet gassen forlater beholderen er mindre enn beregnet over. Men det totale arbeidet blir som gitt over og det resterende arbeidet frigjøres etterpå ved at gassen som har forlatt beholderen ekspanderer når den varmes opp til 35°C (men dette arbeidet vil kun gi "litt vind" og kan ikke brukes til å løfte opp beholderen).

Oppgave 2

$$CH_4 + H_2O = CO + 3H_2; \quad \xi_1\ [mol/s]$$

$$CO + H_2O = CO_2 + H_2; \quad \xi_2\ [mol/s]$$

(a) Kompenentbalanser gir (mol/s):

$$N_{CH_4} = N^0_{CH_4} - \xi_1$$

$$N_{H_2O} = N^0_{H_2O} - \xi_1 - \xi_2$$

$$N_{CO} = N_{CO}^0 + \xi_1 - \xi_2$$

$$N_{CO_2} = N_{CO_2}^0 + \xi_2$$

$$N_{H_2} = N_{H_2}^0 + 3\xi_1 + \xi_2$$

(b) Gitt $N_{tot}^0 = 10000$ mol/s og videre $N_{CH_4}^0 = 3000$ mol/s og $N_{H_2O}^0 = 7000$ mol/s.
80% av metanet omsettes $\Rightarrow$ $\xi_1 = 0.8 \cdot 3000 = 2400 mol/s$.
Det dannes 770 mol/s CO_2 $\Rightarrow$ $\xi_2 = 770$ mol/s.
Vi får da [mol/s]

$$N_{CH_4} = 3000 - 2400 = 600$$

$$N_{H_2O} = 7000 - 2400 - 770 = 3830$$

$$N_{CO} = 2400 - 770 = 1630$$

$$N_{CO_2} = 770$$

$$N_{H_2} = 3 \cdot 2400 + 770 = 7970$$

$$N_{tot} = 14800$$

Sammensetningen blir da

$$x_{CH_4} = 0.0405,\ x_{H_2O} = 0.2588,\ x_{CO} = 0.1101,\ x_{CO_2} = 0.0520,\ x_{H_2} = 0.5385$$

(c) Energibalansen for en kontinuerlig stasjonær prosess er $H_{ut} = H_{inn} + Q + W$ [J/s]. Her er $W = 0$ og vi får

$$Q = H_{ut} - H_{inn}$$

For å evaluere $H_{ut} - H_{inn}$ ser vi på en tenkt prosess som tar innstrømmen (føden) til utstrømmen (produktet):

1. Oppvarming av innstrømmen fra 300°C til 875°C (vi antar konstant varmekapasitet og tar c_P-data fra tabellen vedlagt eksamenssettet):

$$\Delta_1 H = N_{CH_4}^0 \cdot c_{P,CH_4} \cdot (875 - 300) + N_{H_2O}^0 \cdot c_{P,H_20} \cdot (875 - 300)$$

$$= 3000 \cdot 35.31 \cdot 575 + 7000 \cdot 33.58 \cdot 575 = 196.1 \cdot 10^6 [J/s]$$

2. Reaksjon ved 875°C :

$$\Delta_2 H = \xi_1 \cdot \Delta_{\mathrm{r}} H_1^\ominus + \xi_2 \cdot \Delta_{\mathrm{r}} H_2^\ominus$$

$$= 2400 \cdot 246 \cdot 10^3 + 770 \cdot (-38 \cdot 10^3) = 561.1 \cdot 10^6 [J/s]$$

Vi får da at varmen som må tilføres er

$$Q = H_{ut} - H_{inn} = \Delta_1 H + \Delta_2 H = 757.2\ MW$$

(d) Likevektskonstanter ved 1148 K (875°C)

$$K_1 = e^{\frac{-\Delta_{\mathrm{r}} G_1^\ominus}{RT}} = 1011$$

$$K_2 = e^{\frac{-\Delta_{\mathrm{r}} G_2^\ominus}{RT}} = 1$$

Reaksjon 1 er i likevekt (antar ideell gass)

$$\frac{\frac{p_{CO}}{p^0}\left(\frac{p_{H_2}}{p^0}\right)^3}{\frac{p_{CH_4}}{p^0}\frac{p_{H_2O}}{p^0}} = K_1$$

Her er $p^0 = 1$ bar og partialtrykket er $p_i = x_i p$ der p er totaltrykket. Dette gir

$$\frac{x_{CO}\cdot x_{H_2}^3}{x_{CH_4}\cdot x_{H_2O}}\left(\frac{p}{p^0}\right)^2 = K_1$$

Innsatt tallverdier fås da at trykket er

$$p = 1bar\cdot\sqrt{\frac{1011}{1.64}} = 24.8bar$$

For shiftreaksjonen har vi at

$$Q_2 = \frac{x_{CO_2}\cdot x_{H2}}{x_{CO}\cdot x_{H_2O}} = 0.98$$

som er omtrent likt likevektskonstanten $K_2 = 1$, dvs. reaksjonen er i likevekt.
(e) Fra Le Chatelier's prinsipp: Det dannes flere mol ved reaksjon nr. 1 og den vil derfor være favorisert av lavere trykk, dvs. omsetningsgraden av metan vil øke ved å senke trykket (dette gjelder likevektsmessig; men reaksjonen vil gå langsommere ved lavere trykk og dette vil ha motsatt effekt).
Kommentar. Vi kan også regne på dette ved å anta likevekt og bruke likevektskonstantene funnet over. Vi finner at omsetningsgraden av metan blir 84% ved 20 bar, 94% ved 10 bar og 98% ved 5 bar.

Oppgave 3

(a) Hastighetskonstanten k følger Arrhenius ligning

$$\frac{k(T_2)}{k(T_1)} = \frac{e^{-E/RT_2}}{e^{-E/RT_1}}$$

som med $T_1 = 323$K, $T_2 = 333$K, $E/R = 2000K^{-1}$ og $k(T_1) = 0.166[m^3/kmol,s]$ gir

$$k(T_2) = 0.200\ [m^3/kmol,s]$$

(b) Massebalansen for komponent A (Ut = Inn + Dannet) [kmol A/s]:

$$F_A = F_A^0 + r_A V$$

som løst med hensyn på V gir "designligningen" $V = \frac{F_A^o - F_A}{-r_A}$. Her er $F_A = vc_A$ der v $[m^3/s]$ er volumnstrømmen og siden vi har støkiometrisk føde er $c_B = c_A$ og massebalansen gir

$$vc_A = vc_A^0 - kc_A^2 V$$

(c) Innsatt tallverdier ($v = 0.001m^3/s, V = 0.3m^3, c_A^0 = 0.5kmol/m^3$, $k = 0.200m^3/kmol,s$). Vi får annengradsligningen

$$0.06c_A^2 + 0.001c_A - 0.0005 = 0$$

som gir $c_A = 0.083kmol/m^3$, og omsetningsgraden av A er

$$x_A = \frac{F_A^0 - F_A}{F_A^0} = \frac{c_A^0 - c_A}{c_A^0} = \frac{0.5 - 0.083}{0.5} = 0.834 \quad (83.4\%)$$

Oppgave 4

Her bør det først tegnes et enkelt flytskjema. Vi tar massebalanser over hele prosessen med to innstrømmer (strøm 1 og 2) og to utstrømmer (strøm 3 og produkt) [kg/s].

$$\text{Total}: \quad w_1 + w_2 = w_3 + w \tag{1}$$

$$\text{Kalium}: \quad 0.02 w_1 = 0.02 w \tag{2}$$

$$\text{Fosfor}: \quad 0.02 w_2 = 0.03 w \tag{3}$$

Løsning:

$$(2) \text{ gir}: \quad w_1 = w = 2 kg/s$$

$$(3) \text{ gir}: \quad w_2 = \frac{0.03}{0.02} w = 3 kg/s$$

$$(1) \text{ gir}: \quad w_3 = w_1 + w_2 - w = 3 kg/s$$

Oppgave 5

(a) Flytskjema

(b) Vi antar konstante varmekapasiteter, $c_{PL} = 4.18$ kJ/kg,K og $c_{PV} = 1.87$ kJ/kg,K (merk at det er en trykkfeil i oppgaveteksen og det skal være kJ og ikke J). Masseströmmen er $w = 1$ kg/s.

Alternativ 1.

(i) Fordampning ved 1 bar

$$Q_1 = \Delta_{\text{vap}} H(100^o C) \cdot w = 2260 \ kJ/s$$

(ii) Adiabatisk kompresjon fra 1 til 5 bar

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 5^{0.248} = 1.49$$

som gir $T_2 = 1.49 T_1 = 556 K = 283^o$C . Tilført arbeide

$$W_{s2} = c_{PV}(T_2 - T_1) \cdot w = 1.87 \cdot 183 \cdot 1 = 342 \ kJ/s$$

(iii) Varme opp gassen

$$Q_3 = 1.87 \cdot (300 - 283) \cdot 1 = 32kJ/s$$

Sum energi tilført i de tre trinnene er

$$Q_1 + W_s + Q_3 = 2260 + 342 + 32 = 2634kJ/s$$

Alternativ 2.

(i) Pumping fra 1 til 5 bar. Pumpearbeide

$$W_{s1} = q \cdot \Delta p = \frac{1kg/s}{1000kg/m^3} \cdot (5-1)10^5 = 400J/s = 0.4kJ/s$$

(dette gir en temperaturstigning på ca. 0.1^oC som vi kan neglisjere).

(ii) Oppvarming av vannet fra 100^oC til 152^oC og fordampning ved 152^oC (5bar):

$$Q_2 = 4.18 \cdot 52 \cdot 1 + 2140 \cdot 1 = 2357kJ/s$$

(iii) Oppvarming av dampen fra 152^oC til 300^oC

$$Q_3 = 1.87 \cdot 148 \cdot 1 = 277kJ/s$$

Sum energi tilført i de tre trinnene

$$W_{s1} + Q_2 + Q_3 = 0.4 + 2357 + 277 = 2634kJ/s$$

(c) Pumping (alternativ 2) velges fordi *arbeidet* er mye mindre (0.4 kW i pumpearbaide mot 342 kW i kompresjonsarbeide). Men merk at vi for pumpealternativet må tilføre varmen til fordamping ved en *høyere* temperatur (152^oC istedet for 100^oC).
Sum energi tilført er det samme for de to alternativene fordi entalpi er en tilstandsfunksjon og den totale energibalansen i begge tilfeller er

$$H_{ut} - H_{inn} = Q + W$$

der inn- og ut-tilstandene er de samme for de to alternativene.