Prosessteknikk 1998
Øving 7, 25. mars 1998
Innlevering 27. mars 1998

Øving 7 i Prosessteknikk

Den mekaniske energibalansen fra et punkt 1 til 2 i en kontinuerlig prosess gir

$$\boxed{\alpha_1 \frac{u_1^2}{2} + gz_1 + w_s = \alpha_2 \frac{u_2^2}{2} + gz_2 + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + \frac{\Delta p_f}{\rho}} \quad [J/kg] \tag{1}$$

Denne gjelder også for strømning av gass, men uttrykkene blir litt mer kompliserte enn for væske fordi vi vanligvis må ta hensyn til at tettheten varierer.

Pga. disse tetthetsvariasjonene er det enklest å differensiere (1) og skrive den på formen

$$udu + gdz + \frac{dp}{\rho} + \frac{dp_f}{\rho} = dw_s \tag{2}$$

(her har vi antatt $\alpha = 1$ og brukt $d(u^2)/2 = udu$) og integrere etterpå . For rørstrømning er friksjonstrykkfallet over en liten rørlengde dL

$$dp_f = 4f \frac{dL}{D} \rho \frac{u^2}{2} \quad [N/m^2] \tag{3}$$

Merk videre at for gasser kommer tettheten (og trykket) inn når vi skal evaluere hastigheten fordi vi fra massebalansen har

$$w = \rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2 \quad [kg/s]$$

der tettheten er en funksjon av trykket. Pga. lav tetthet kan for gasser vanligvis bidragene for potensiell og kinetisk energi neglisjeres i forhold til trykkforandringer [1] i den mekaniske energibalansen. Den mekaniske energibalansen (2) blir da for tilfellet med neglisjert kinetisk og potensiell energi og $w_s = 0$

$$dp = -dp_f = -4f \frac{dL}{D} \rho \frac{u^2}{2} \quad [N/m^2] \tag{4}$$

dvs. alt trykkfall skyldes friksjon. Fra materialbalansen har vi at leddet ρu^2 kan skrives

$$\rho u^2 = \frac{1}{\rho} \frac{w^2}{A^2}$$

Videre er ρ gitt fra ideell gass lov

$$\rho = \frac{pM}{RT}$$

[1] Vi kan differensiere materialbalansen

$$d(\rho u A) = 0$$

og for konstant tverrsnitt A fås

$$ud\rho + \rho du = 0$$

som gir for tilfellet med konstant temperatur

$$udu = -u^2 \frac{d\rho}{\rho} = -u^2 \frac{M}{RT} \frac{dp}{\rho}$$

La oss sammenligne dette med "trykkbidraget" dp/ρ for en gass med molvekt 20 g/mol og temperatur 280 K. Vi får at bidraget fra kinetisk energi utgjør mindre enn 1% av trykkbidraget når $u < 0.1\sqrt{\frac{RT}{M}} = \sqrt{\frac{8.31 \cdot 280}{20 \cdot 10^{-3}}} = 0.1 \cdot 341 = 34$ m/s. Oppsummert så trenger vi kun ta med kinetisk energi for gasser når vi nærmer oss lydhastigheten $u_{lyd} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$.

der M [kg/mol] er molvekten. Vi får da

$$dp = -2f \frac{1}{D} \frac{RT}{pM} \frac{w^2}{A^2} dL \quad [N/m^2] \tag{5}$$

Vi kan gange over med p slik at venstre side blir pdp. Integrasjon fra 1 (inngang av røret) til 2 (utgang) under antagelse om T og A konstant gir da

$$\boxed{p_1^2 - p_2^2 = 4f \frac{L}{D} \frac{RT}{M} \frac{w^2}{A^2}} \tag{6}$$

Denne gjelder altså for strømning av ideell gass i rør under antagelse om konstant tverrsnitt, isotermt og neglisjert kinetisk og potensiell energi.

Oppgave 1

Det skal legges en 1150 km lang rør ledning langs havbunnen for å føre en gass-strøm[2] på 2500 millioner Nm^3/år. Ledningen har 500 mm innvendig diameter og ruhet $\epsilon = 0.045$ mm. Trykket ved innløpet til rørledningen er 180 bar, og det tillates å falle ned til 100 bar før det "boostes" opp igjen til 180 bar i en kompressorstasjon.

(a) Vis at bidrag fra kinetisk energi og potensiell energi kan neglisjeres (høydevariasjonene er maksimalt 100 m) i den mekaniske energibalansen.

(b) Hvor mange kompressorstasjoner vil det trenges når leveringstrykket skal være minst 100 bar.

Data: Molvekt er 20 g/mol og viskositet 10^{-5} kg/m,s. Det kan antas ideell gass og konstant temperatur 280 K i rørledningen. Du kan regne en driftstid på 8500 timer pr. år.

[2] Normalkubikkmeter regnes ved 1 atm/0°C og 1 kmol tilsvarer 22.414 Nm^3 ($= \frac{nRT}{p} = \frac{1000 \cdot 8.314 \cdot 273.15}{1.1013 \cdot 10^5}$).