

Department of Chemical Engineering

# Examination paper for TKP 4140 – Process Control

Academic contact during examination: Sigurd Skogestad Phone: 91371669 Academic contact present at the exam location: YES (around 11)

Examination date: 10 December 2024 Examination time (from-to): 09:00 – 13:00 Permitted examination support material: One (1) A4 double-sided piece of paper with your handwritten notes. Standard calculator.

Other information: State clearly all assumptions you make. You may answer in Norwegian or English

Language: English Number of pages: 5 (including Bode paper which may be handed in)

Informasjon om trykking av eksamensoppgave Originalen er:

farger **Ja** 

Checked by:

Date

Signature

#### Problem 1 (30%) – Control of inverse response process

Let y = g(s) u and consider the process

$$g(s) = 4 \frac{-0.1s + 1}{0.5 s + 1}$$

(a) (7%) Design a SIMC PI-controller with "tight" tunings (you may use the approximation  $(-0.1 s + 1) \approx e^{-0.1s}$ ). Sketch the closed-loop response to a step change in the setpoint.

In the rest of this problem, you should preferably <u>not</u> use the approximation  $(-0.1 s + 1) \approx e^{-0.1s}$ .

- (b) (7%) What is the open-loop response y(t) to a unit step change in u (give an analytical formula for y(t) involving an exponential term)? Plot the response y(t).
- (c) (7%) Consider proportional control with gain  $K_c$ . For what values of  $K_c$  is the closed-loop system stable?
- (d) (7%) Consider P-control with  $K_c$ =0.5. Plot the closed-loop response to a step change in the setpoint.
- (e) (7%) Consider P-control with  $K_c=0.5$ . What is the gain margin? How much time delay can be tolerated before the closed-loop system goes unstable? (you may use the enclosed Bode paper for this part if desired)

Note: The five parts of this problem can be done independently. The sum is 35% but you can at most get 30%.

#### Problem 2 (50%) – Room heating control



We consider modeling and control of room temperature T with an electric heater with power Q [W]. Thus, y=T and u=Q. The outside temperature is  $T_o$  and the ventilation flowrate is w [kg/s]. The room is well insulated so we neglect heat losses through the wall. Assume that the mass of the air in the room (m) is constant. We make the simplifying assumption that the temperature of the air (T) is uniform (holds for well-mixed gas).

Data: m = 200 kg, w = 0.04 kg/s (nominal),  $c_p = 1 \text{ kJ/kg}$ , *K* (air). Nominally (initial steady state) we have T=20C (293K) and T<sub>o</sub>=0C (273K).

- (a) (20%) First consider the above figure where the electric heater is in the room itself.
  - (i) (6%) Formulate the dynamic energy balance for the room.
  - (ii) (3%) What is the nominal value for Q [kW]?
  - (iii) (6%) Linearize the model, take the Laplace transform and derive a model on the form

 $(\tau_a s+1) T(s) = k Q(s) + k_{d1} T_o(s) + k_{d2} w(s)$ 

That is, we have  $T(s) = G(s) Q(s) + G_{d1}(s) T_o(s) + G_{d2}(s) w(s)$  where  $G(s)=k/(\tau_a s+1)$ ,  $G_d(s)=k_{d1}/(\tau_a s+1)$ ,  $G_{d2}(s)=k_{d2}/(\tau_a s+1)$ . What are the values of the four parameters?

If you did not find the values then use in the following G(s)=30/(4000 s+1).

(iv) (5%) We use a SIMC PI-controller (based on the model G(s)) with gain K<sub>c</sub>=1.5 kW/K. What  $\tau_c$  does this correspond to and what is the corresponding integral time  $\tau_l$ ?



(b) (30%) Next, consider the above figure where the electric heater (u=Q) is in the floor. We make the simplifying assumption that the temperature of the air (y=T) and the floor (T) are uniform (holds for well-mixed gas and high heat conductivity in the solid).

Data: m = 200 kg, w = 0.04 kg/s,  $c_p = 1 \text{ kJ/K}$ , kg (air),  $m_F c_{pF} = 5000 \text{ kJ/K}$  (floor), UA = 0.5 kW/K. Nominally (initial steady state) we T=20C (293K) and  $T_0=0C$  (273K).

- (i) (5%) Formulate the dynamic energy balances for the room and floor.
- (ii) (2%) What is the nominal value for Q [kW] and  $T_F$  [K]?
- (iii) (4%) In this part you can assume that the flowrate w is constant. Linearize the model, take the Laplace transform and find the 5 parameters in the model below (you can put in numbers or keep it analytical)

 $(\tau_{b}s+1) T(s) = k_{F}T_{F}(s) + k_{o} T_{o}(s)$  $(\tau_{F}s+1) T_{F}(s) = k_{T} T(s) + k_{O} Q(s)$ 

(iv) (4%) Eliminate  $T_F(s)$  from these equations to find a second-order model of the form

 $T(s) = G_b(s) Q(s) + G_{db}T_0(s) , \text{ where}$   $G_b(s) = \frac{k_b}{(\tau_1 s + 1) (\tau_2 s + 1)}, G_{db}(s) = \frac{k_{db} (\tau_F s + 1)}{(\tau_1 s + 1) (\tau_2 s + 1)}$ Find the numerical values for the five parameters.

Comment: If you are unable to find the model then use in the following:  $\tau_1$ =150,000 s (41 h),  $\tau_2$ =400 s,  $\tau_F$ =15,000 s (4.1 h),  $k_b$  = 30 K/kW,  $k_{db}$  = 1 K/K.

- (v) (4%) Use the half rule to derive a first-order approximation for  $G_b(s)$  and tune a SIMC PI-controller with gain  $K_{c1}$ =1.5 kW/K. What is  $\tau_{c1}$  and the integral time  $\tau_{l1}$ ?
- (vi) (5% total) <u>Sketch</u> the open-loop (3%) and closed-loop (2%) response for y=∆T for a step disturbance ∆T₀ = 1K.
  Possible bonus points (4%): Sketch also the response for u(t)=∆Q(t) (this is not easy).
- (vii) (6% total) What would the tunings be with  $\tau_{c2}=\theta$  (effective delay) (3%)? Which choice for  $\tau_c$  would you recommend (1%)? Would you recommend introducing cascade control (with  $y_2=T_F$ ) (2%)?

Comment: Note that the last part of (a) and the last three parts of (b) can be done independently of the rest.

## Problem 3 (20%) – Advanced control

- a) (7%) Consider a system with two inputs (u<sub>1</sub>, u<sub>2</sub>) and one output (y). What is (i) split range control and what is (ii) input resetting (also known as valve position control or midranging control)? Give examples of how you would you use them.
- b) (7%) Consider a system with one input (u) and two outputs (y<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>). What is (i) cascade control and what is (ii) selective (override) control? When would you use them? Give examples of how you would you use them.
- c) (6%) How must the inventory control be arranged around the location where we have a given flow (throughput manipulator)? Consider a case with two tanks in series and three valves. Show the inventory control for the case when the TPM is at the feed and when the TPM is at the product (outflow of the second tank).

### Bode paper:

<b></b>					τt											1	·	1.1				1		U.J.					ι			111
L		200	с. с С. с	10		20		1011	: 30		12.1	600		::::	200	111	2.00	12	111		St 1 1	111	: 22	23	555	:::	:::	2000	200	111	- 5 - 4 1 - 5 - 4	111
	· ? · ·	0.5	222	11	2.2.2	0.1	• • • •	- 2 	- 11	2 -	÷.	99	222	• • • •	12.11	1.1.1	e e	11	-1-1-1		0.00	211	- 11-	23	111	• • •	• • •	(* * *	200	111	12.3	111
			: · ;					16.53	• • •		· · · ·					; · · ·		: :	· · · · ·			7 T S		63					e : :			111
[····																1.1.1		11						53								111
		11.1			::::						11	1.11				111	1111	1.1				513		5.5						111	10.0	1.11
L					5.5.5						. t					:	S	1.2				1.1		5.2					S			11
	÷	1	: :	1	: : :	1		1	1	1.	Ξ.	11	:::		:	1	: :	::	111		:	: :	1	: :	:::				:	: :	11	
	1	1	: :	1	: : :	1		1	1	1	1	11	:::		:	1	11	1.1	111		1	: :	1	11	111			2	:	: :	100	
L			i.,	d.		ά.		сÈсь.	сż.	с. È	à.	1.1.	e e e			1	i i.,	1.2	л. Q		Ś	6.10	с Âл	ίż.	222				È., .	1.1		11
		111.1		111		121			: :: :					::::	11111	:::	2002	12				111	1111			111	:::		200		12.5	111
E::::	::::	22.2		1.1	222	12.1					1.1		· · · · ·			111	2.22	12	 			200		22		2.2.2	111		211		10.0	111
+ • • • •				- 1 -	. с с													4.20				e		• •								~ ~
+ • • • •	. ;	-1	5 - 5	- 4-	299	÷.,		- (	- 4 -	(	÷.,	6.04	222		-1	÷	5-55	14	-0-0-0			2.5.5		14				(	2.5.5	( - (	- 2.3	334
	. ;	1.1	; . ;	11	555	з.		. (		(	ф.		555		. (J. 1914)	÷	5.00	1.0	-1-1-1			2.1.2		5.2					5	1.1	- 5- 4	111
	1	÷	: :	÷.	: : :			÷	÷.	- 2	÷.	11				÷ .		::					÷.							: :	- 1	
+ • • • •		-1	200	- (-	222	÷		- :		}	÷	ee.	222			÷ • •	h de	14	-1-1-1		de e e	5	[	53			• • •	( · · ·	200	{ + {	- )- <del> </del>	134
			: :			1		1			÷.	1.1			÷	: :	1.1	1.1	111		: :	: : :	1		111					: :	1.1	
	1	÷.,	: :	÷.,	: : :	÷.,		÷	÷.,	1.1	÷.,	÷ ÷ ;			÷	÷	: :	11	111		÷ .	: :	÷.	11					÷ .	: :	11	
	:;::	:(: :	; : ;	11	222	:50	::::	:):::	: :) :	::)::	: ;; ;	0.00	222	::::	11111	;::	2.22	12	:::::	:::::	::::	200	: :(:::	2.5	::::	:::	:::	(:::	5:::	:::	:23	3.55
	1611	201	606	195	666	16.1		2623	: 20	1161	14.1	200	666		2011	300	600	3.2	200		2000	800	191	63	200	111	111	1111	600	111	163	3.22
+ • • • •	· } · ·		÷ - 3		233	÷÷				• • ? •	÷		222	• • • •		÷ • •	e e e	14				÷;	; -	23					200	: - :	- i - i	
		111	· · ·		222	1						111				111	1111	1.2				212		£ 3.					200	212	10.3	111
			2.13		222											÷ · ·		11				200		11						11		111
	- :	0.5	212	10	200	0.1		- (* e - )	- 11	2 -	÷.	9.01	222		11.1.1	111	2122	11	-000		0.00	210	Ç	23	100			(* * *	200	( * f	12.5	331
L			: :													1	:	1.1				:		11					·	:.:		11
																		11						11								
	1	1	: :	1	: : :	1		1	1	1.1	1	11	:::			1	111	11	111		1	: :	1	11	111			:	:	: :	110	
L	. ;		; . :		511	. j				1	. j					:	<u></u>	12				1.1		11					5	:.:	. ; ; ;	: -
_ <u></u>	: t : i	de é	258	10	223	11	:::	:2::	: 53	::2:	:1:	66	228	::::	deti	111	268	13	588	::::	de e È	t i d	ode.	23	553	:::	:::	is s i	2:5	5:5	:13	333
E		211	e e è		ана ( 1. т. 1.			- 4 - 1 - 5				s di	e e é		200		2.12	11				6	191	2.2					с. і с			331
F:::::	1111	201	618	12		11		201	191	121	20	200	-22		2011	300	- 22	12	100		200	200	191	64	199	:::			61.	11	111	111
<b> </b>			 										· · · ·			:		1.1				1		11								111
L																: 		: :						11								
1								1.1			1					1.1		1						- 1						. 1	1	- 11
+	. ;	цан. С	2-2	- i -	222	÷.,		- j	- 4 -		.;., ,	÷.,.	222		4.20	;	2.12	14	-1-1-1			$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$		23					;	;	÷	111
	1	:		÷				1	÷		÷.	÷÷			:	:	<u>,</u> 1	÷			:	: i	1	÷ 1				:		÷	1	
	1	:	: :	1	:::	1		1	1	1	1	11			1	1	: :	11	111		:	1 1	1	11	:::			:		: :	11	11
E : : : :	::::	1111	2:12	: de	222	÷ : :		:2:::	: : :	::)::	: i: i	111	12.2.2	::::	:::::	÷ : :	1: :1:	11	:::::		::::	2:13	: de	11	111	: : :	::::		2:1:	i : i	:23	3.55
E::::	1111	20.2	111	111	0.00	10.0		1011	2.2.2	110	10.1	2.2.2	e e e		212.2.2	111	0.00	1.2				5.5.2	121	5.2		111	111		0.1.2	111	20.2	2.25
		4.4	2.57		222	÷.,		di di serence de la construcción de		сці,	- j	S - C -	222			÷		11				2.1.5		23					2.5		-23	111
		11.1				÷ 2 ÷					- 11	111				<u>.</u>	200	11	- : - : - :			2.5.2		22		· · ·	• • •		5 -		12.3	3.51
		· · · ·	6 T 6	1.1	2 E E	10		16.53	- 5 -		· · · ·	5.57	e e e			111	11 A.	: :,	· · · · ·			7 T T	, -	63	••••				677		14.1	- 1 T
+ • • • •	· } · · ·	-1	} + }		233	÷		- }		· · }- ·	÷	( - ( - )	222			$\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$	e e e	14	-0-0		-{	÷(	( -	23			• • •	(	200	{ + {	- i - i	
	1	1		1	: : :	1		1	1		1	1.1			1	1	1.1	1.1	111		1	: :	1		1.1.1			:	:	: :	1.1	
	. ;	÷.	) i i	1	222	÷.		- î î î î			÷.	117	222			111	2.12	14	111		÷	115	141	11	110				211	111	111	111
	1	1	: :	1	: : :	1		1	1	1	1	11	:::			1	111	1.1	111		1	1.1	1	11	111			:	1	: :	11	
		i -	: :	1		1		÷	1	- i -	÷.	i i .	111		i	1	i i	i i	111		i	i i	- i	11	111			:	i	: :	11	: ; ; l
						!													:::													
																			:::													
			1 1  																					· · ·								
																		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·														
	-																											               				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
																					· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·											
																· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·					· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·							· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
																												· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
																												· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				
																													· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
														· · · · ·																		
																					· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·											
														·····																		
														·····																		
														·····																		
														·····																		
														· · · · · ·																		
														·····																		
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·													· · · ·					
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·													· · · ·					
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·													· · · ·					
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·													· · · ·					
														·····													· · · ·					
														·····													· · · ·					
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·													· · · ·					
																											· · · ·					
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·																		
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·																		
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·													· · · ·					
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·																		
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·																		
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·																		
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·																		
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·																		
														· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·																		